



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 08.02.2025

CLASA a 9-a

SUBIECTE

Problema 1

Se consideră triunghiul ABC , cu $BC = 4$, $CA = 6$ și $AB = 8$.

- Calculați AC' , unde C' este punctul de tangență al laturii AB cu cercul înscris în triunghi.
- Fie $p \in \mathbb{R} \setminus \{-4\}$ și T punctul din planul triunghiului astfel încât $p\overrightarrow{AT} + \overrightarrow{BT} + 3\overrightarrow{CT} = \vec{0}$. Dreptele AT și BC se intersectează în punctul D . Aratăți că D aparține cercului înscris în triunghi.

Problema 2

Determinați numerele reale x astfel încât $x^4 - 2x^2 - [x] = 0$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .

Gazeta matematică

Problema 3

Fie $a, b, c, d \in (0, \infty)$. Știind că $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2$ și $a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b} \leq 3\sqrt{2}$, arătați că $c + \frac{1}{c} + d + \frac{1}{d} \geq 3\sqrt{2}$.

Problema 4

Se consideră numerele naturale a_i , $i = \overline{1, 6}$ cu $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 < a_6 \leq 16$. Arătați că există două submulțimi $\{i, j\}$ și $\{k, p\}$, distincte (nu neapărat disjuncte), ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, astfel încât $a_j - a_i = a_p - a_k$.